

Задание 1 (2 балла)

Найти все натуральные значения параметра a , при которых корень уравнения:

$$(a-2) \cdot (x+1) = 16 \text{ является целым числом.}$$

Задание 2 (2 балла)

Нарисуйте на плоскости семь различных прямых так, чтобы они пересекались ровно в 11 различных точках.

Задание 3 (3 балла)

Упростить выражение:

$$\sqrt{\frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{19}{\sqrt{6}+5}}$$

Задание 4 (3 балла)

Родительский комитет решил подарить 289 роз всем учителям на 1 сентября и поздравить с Днем знаний. Причем количество цветов удалось рассчитать так, что каждый учитель получил в букете одинаковое количество роз. Скольким учителям подарили букеты? И сколько роз в букете?

Задание 5 (3 балла)

Мой сосед-музыкант решил провести репетицию у себя дома и пригласил друзей, играющих рэп, к себе домой. Я все пыталась догадаться, сколько же человек у него играли музыку. Помогите мне разобраться с этим, ведь, все, что я поняла из услышанного, что все они, кроме двух, играют на гитаре. Все, кроме двух, – читают текст, остальные играли на пианино. Так сколько же друзей пришло к моему соседу, если, а это я знаю точно, сам он не играл ни каком инструменте, так как он флейтист, а сегодня он мне жаловался, что отнес свой инструмент в ремонт и флейту никак не отремонтируют вот уже в течение недели, а тексты он принципиально не читает.

Задание 6 (4 балла)

Постройте график функции $y = |x-4| - |x+3| + x - 4$ и найдите все интервалы изменения параметра m , при которых прямая $y=m$ имеет с ним ровно три общие точки.

Задание 7 (5 баллов)

В равнобедренной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны, основания равны 15 и 5 сантиметров. Найдите ее площадь и периметр.

Задание 8 (6 баллов)

Среди решений уравнения $\frac{2x-100}{x+100} + \frac{x+100}{x-100} = 4$ найти те, которые не удовлетворяют неравенству $-x^2 + 5x - 6 < 0$.

Задание 9 (6 баллов)

Для правильного и сбалансированного питания ребенку прописали пить смесь, составленную из витаминов, полезных микроэлементов и масел. Для лучшего усвоения смеси необходимо соблюдать строгое соотношение друг к другу этих ингредиентов. Оно должно быть таким: из 22 частей готовой смеси 5 частей приходится на витамины, три на микроэлементы, а 14 – на масла. После трех месяцев лечения, врач решил, что малышу надо употреблять больше витаминов на 15 %, а микроэлементов на 17 %. При этом количество (масса) потребляемой пищи не должна увеличиваться. Встает вопрос: на сколько процентов надо меньше добавлять в смесь масла, чтобы масса всей смеси осталась прежней?

Задание 10 (7 баллов)

Упростить выражение и найти его значение при $m=3$ и $n=16$

$$(\sqrt{3m} + \sqrt{n}) : \left(\sqrt{6m + 2\sqrt{9m^2 - n^2}} + \sqrt{6m - 2\sqrt{9m^2 - n^2}} \right)$$

Задание 11 (7 баллов)

Многие сейчас в качестве транспорта выбирают электросамокат. Наша семья устраивает мини соревнования на специально оборудованных велодорожках в парке. Чаще всего соревнуются папа с дочкой. Дорожка разделена на 88 участков одинаковой длины, имеющих свой контрольный пункт (просто отметка на асфальте). В качестве судьи чаще всего выступает мама. А папа и дочка должны одновременно стартовать, при этом, они между собой договорились, что один из них проезжает первую часть пути на самокате, остаток бегом, а другой – наоборот (самокат можно оставить на любом контрольном пункте). Сколько участков папа должен проехать на самокате, чтобы команда из папы и дочки показала наилучшее время? Кстати, папа пробегает один участок за 7 минут, а дочка за 12 минут, а на самокате они одинаково быстро проезжают участок – за 4 минуты.

Задание 12 (7 баллов)

Вася набрал первую цифру телефонного номера знакомой девочки и вдруг совсем растерялся, и забыл следующие 4 цифры, подумал хорошенько и вспомнил последнюю цифру шестизначного телефонного номера, а также вспомнил, что все 4 числа были различны. Сколько таких комбинаций существует из четырех цифр? Какова вероятность, что он наберет номер знакомой девочки неправильно?